2) a) $-2e^{-x}+1>0 \Leftrightarrow 2e^{-x}<1$

$\Leftrightarrow e^{-x}<\frac{1}{2} \Leftrightarrow \ln\left(e^{-x}\right)<\ln\frac{1}{2} \Leftrightarrow -x<\ln\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow x>-\ln\frac{1}{2}=-(-\ln 2)$

Donc $x>\ln 2$ et par suite $S_{\square}=]\ln 2,+\infty[$

b) f est dérivable sur $\square$ et :

$f'(x)=\left(2e^{-x}+x-2\right)'=-2e^{-x}+1$

$f'(x)=0=-2e^{-x}+1 \Rightarrow e^{-x}=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow -x=\ln\frac{1}{2} \Rightarrow x=\ln 2$

x	$-\infty$		$\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$\ln 2-1$	↗	$+\infty$

$f(\ln 2)=2e^{-\ln 2}+\ln 2-2$

$=2e^{\ln\frac{1}{2}}+\ln 2-2$

$=2\times\frac{1}{2}+\ln 2-2$

$\boxed{f(\ln 2)=\ln 2-1}$

c) */ f est continue et strictement décroissante sur $]-\infty,\ln 2]$, $0\in[\ln 2-1,+\infty[$ et $f(0)=0$
Donc 0 est l'unique solution de $f(x)=0$ dans $]-\infty,\ln 2]$.

*/ f est continue et strictement croissante sur $[\ln 2,+\infty[$ .d'où f est une bijection de $[\ln 2,+\infty[$ dans $[\ln 2-1,+\infty[$
$0\in[\ln 2-1,+\infty[$ Donc l'équation $f(x)=0$ Admet une seule solution $\alpha\in[\ln 2,+\infty[$.

$f(1,5)\times f(1,6)\square(-0,05)\times(0,008)<0$

Donc $\alpha\in]1,5;1,6[$

3) a)

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(x-2)=\lim\limits_{x\to+\infty} 2e^{-x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2}{e^{x}}=0$

Donc la droite $\Delta: y=x-2$ est une asymptote oblique a $(\mathcal{C})$ au voisinage de $+\infty$.

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ et

$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty} 2\frac{e^{-x}}{x}+1-\frac{2}{x}$

$\lim\limits_{X\to+\infty} 2.\frac{e^{X}}{-X}+1+\frac{2}{X}=-\infty$

Donc $(\mathcal{C})$ admet une branche infini parabolique de direction $\left(o,\vec{j}\right)$ au voisinage de $(-\infty)$.

4) a) $T: y=f'(0)(x-0)+f(0)=-x$

$\boxed{T: y=-x}$

b) $g(x)=2e^{-x}+2x-2$

$g'(x)=-2e^{-x}+2=2\left(1-e^{-x}\right)$

$=2\left(1-\frac{1}{e^{x}}\right)=2\left(\frac{e^{x}-1}{e^{x}}\right)$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘	0	↗	

g admet un minimum absolue en 0 atteint 0.

Donc : $\forall x\in\square, g(x)\geq 0$

c) $g(x)\geq 0$ et $g(x)=f(x)-(-x)\geq 0$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn